



FACULTAD DE CIENCIAS
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

2025: 40 años ininterrumpidos de ingreso irrestricto en la UNLPam. 10 años Ley 27204 de Responsabilidad principal e indelegable del Estado Nacional sobre la Educación Superior

Resolución Consejo Directivo FCEyN N° 384 / 2025

Santa Rosa, 11 de septiembre de 2025

VISTO:

El Expediente. N° 633/2025, iniciado por Secretaría Académica, Programas actualizados Dpto. de Matemática - año 2025, y

CONSIDERANDO:

Que la docente Mg. Marisa REID, a cargo de la asignatura “Espacios Métricos” que se dicta para la carrera Licenciatura en Matemática (Plan 2015), elevan programa de la citada asignatura para su aprobación a partir del ciclo lectivo 2024 en adelante.

Que el mismo cuenta con el aval de la Dra. Sonia Ester ACINAS y de la Mesa de Carrera de la Licenciatura en Matemática.

Que en la sesión ordinaria del 11 de septiembre de 2025 el Consejo Directivo aprobó, por unanimidad, el despacho presentado por la Comisión de Enseñanza.

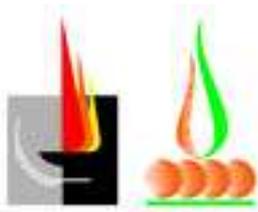
POR ELLO:

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

RESUELVE:

ARTÍCULO 1º: Aprobar el Programa de la asignatura “Espacios Métricos” correspondiente a la carrera Licenciatura en Matemática (Plan 2015), a partir del ciclo lectivo 2024, que como Anexos I, II, III, IV, V, VI y VII forma parte de la presente Resolución.

ARTÍCULO 2º: Regístrese, comuníquese. Pase a conocimiento de Secretaría Académica, Departamento de Asuntos Estudiantiles, Departamento de Matemática y Computación, de la docente Mg. Marisa REID, y del CENUP. Cumplido, archívese.



FACULTAD DE CIENCIAS
EXACTAS Y NATURALES

Universidad Nacional de La Pampa

2025: 40 años ininterrumpidos de ingreso irrestricto en la UNLPam.
10 años Ley 27204 de Responsabilidad principal e indelegable del Estado Nacional sobre la Educación Superior

Gabriela Raquel VIDOZ – Secretaria Consejo Directivo – FCEyN – UNLPam

Nora Claudia FERREYRA – Decana – FCEyN - UNLPam

ANEXO I

DEPARTAMENTO: Matemática y Computación

ACTIVIDAD CURRICULAR: Espacios Métricos

CARRERA-PLAN/ES: Licenciatura en Matemática (Plan 2015)

CURSO: Segundo Año

RÉGIMEN: Cuatrimestral- Segundo cuatrimestre

CARGA HORARIA SEMANAL:

8 horas semanales distribuidas en: **Teóricos:** 4 horas

Prácticos: 4 horas

CARGA HORARIA TOTAL: 120 horas

CICLO LECTIVO: 2024

EQUIPO DOCENTE:

Mg. Marisa REID, Profesora Adjunta, Exclusiva, Interina.

Lic. Laura WAGNER, Jefa de Trabajos Prácticos, Simple, Interina.

FUNDAMENTACIÓN:

La teoría de los Espacios Métricos constituye una base indispensable para un estudio riguroso y profundo del Análisis Matemático. Esta asignatura ofrece a cada estudiante los conocimientos esenciales para abordar cursos avanzados en Análisis Matemático y Análisis Funcional.

El concepto de espacio métrico, introducido por MR Fréchet en 1906, amplía las ideas de Cantor sobre conjuntos abiertos y cerrados a un contexto general, permitiendo el desarrollo de una teoría con una sólida base intuitiva y geométrica.

En este curso, se ofrece una introducción a la topología a través del estudio de los espacios métricos, que generalizan las propiedades de los espacios euclídeos al definir una métrica para medir la distancia entre puntos. Este enfoque facilita una comprensión profunda de la relación entre los números reales y su interpretación en un marco abstracto. Los conceptos y resultados fundamentales de los espacios métricos tienen amplias aplicaciones, siendo suficientes para cubrir una gran variedad de problemas relevantes en Matemática.

El objetivo principal de esta asignatura es presentar de manera clara y accesible los conceptos clave de la topología, subrayando su importancia en el Análisis y otras áreas de la Matemática. La topología, al trabajar con nociones más amplias que el Análisis, permite abordar problemas que

este último no puede resolver. Además, es una herramienta poderosa para el Análisis Funcional y otras áreas del Análisis Clásico, con aplicaciones en Matemática Aplicada, Informática y Ciencias Naturales, integrando métodos del Álgebra, la Teoría de Conjuntos y el Análisis Real.

OBJETIVOS Y/O ALCANCES DE LA ASIGNATURA:

Se espera que cada estudiante pueda:

- Comprender y usar con fluidez los conceptos topológicos básicos derivados de la noción de distancia, como la completitud, separabilidad y compacidad.
- Dominar el concepto de continuidad de funciones y comprender su relación con otras nociones topológicas y métricas.
- Resolver problemas que involucren los conceptos estudiados y expresar los razonamientos con precisión y rigor, demostrando una capacidad crítica y analítica en la formulación y resolución de problemas matemáticos.
- Aplicar los conocimientos adquiridos en esta asignatura a otras áreas de la matemática, reconociendo su interrelación y relevancia en contextos más amplios.
- Desarrollar habilidades de trabajo en equipo, promoviendo el aprendizaje colaborativo y la integración de diferentes perspectivas y conocimientos para la resolución conjunta de problemas matemáticos.
- Emplear y valorar las tecnologías digitales como herramientas efectivas y útiles en el desarrollo de actividades académicas, potenciando su uso en la exploración y resolución de problemas matemáticos.

ANEXO II

ASIGNATURA/S: Espacios Métricos

CICLO LECTIVO: 2024

PROGRAMA ANALÍTICO

Unidad 1:

Elementos de la teoría de conjuntos. Números reales. Extremo superior y extremo inferior. Conjuntos finitos, numerables y no numerables. Nociones básicas de cardinalidad. Conjuntos infinitos y el axioma de elección. El principio del máximo.

Sucesiones numéricas. Límite de una sucesión. Criterio de Cauchy. Sucesiones monótonas. Subsucesiones. Series infinitas. Criterios de convergencia.

Unidad 2:

Espacios métricos. Definición. Ejemplos. Isometrías. Propiedades. Distancia entre conjuntos. Propiedades. Diámetro de un conjunto. Propiedades. Conjuntos acotados. Propiedades. Hipercubos en \mathbb{R}^n . Bolas abiertas, bolas cerradas y borde de una bola. Conjuntos totalmente acotados. Propiedades.

Unidad 3:

Sucesiones en un Espacio Métrico. Propiedades. Límite en el producto cartesiano.

Topología de los Espacios Métricos. Clausura de un conjunto. Propiedades. Punto de acumulación y punto aislado. Derivado de un conjunto. Propiedades. Conjuntos cerrados y conjuntos abiertos. Propiedades. Interior y frontera de un conjunto. Propiedades. Entornos. Propiedades. Conjuntos densos. Propiedades. Conjunto Perfecto. Propiedades. Subespacio de un Espacio Métrico.

Unidad 4:

Aplicaciones continuas. Teoremas de funciones continuas. Homeomorfismos. Propiedades. Sucesiones de funciones. Convergencia uniforme. Continuidad de funciones en el producto cartesiano. Funciones de varias variables.

Unidad 5:

Sucesiones de Cauchy en un Espacio Métrico. Espacios Métricos completos. Propiedades. Principio de encaje de Cantor. Conjuntos nunca densos. Propiedades. Teorema de Baire. Espacios métricos separables. Teorema de Lindelöf. Propiedades de los espacios métricos separables. Puntos de condensación. Propiedades. Teorema de Cantor-Bendixon.

Unidad 6:

Espacios Métricos Compactos. Propiedades. Teorema de Cantor. Teorema de Borel. Teorema de Borel-Lebesgue. Teorema de Riesz. Funciones continuas sobre compactos. Generalización del teorema de Weierstrass y del teorema de Heine. Producto cartesiano de espacios compactos. Conjunto de Cantor. Espacios localmente compactos.

ANEXO III

ASIGNATURA/S: Espacios Métricos

CICLO LECTIVO: 2024

BIBLIOGRAFÍA:

La bibliografía citada se refiere a libros clásicos de topología general que estudian también los espacios métricos como casos particulares específicos y a textos sobre espacios métricos. Los libros recomendados para el curso están marcados con (*), siendo los textos [3], [4], [17] y [19] los que se adaptan perfectamente al contenido de esta asignatura, aunque cualquiera de ellos será un buen libro de consulta.

- [1] Apóstol, T. (1979). Análisis Matemático. Barcelona: Ed. Reverté, S. A.
- [2] Apóstol, T. (1976). Calculus. Volumen 1. Barcelona: Ed. Reverté, S. A.
- [3] (*) Ascheri, M. E. y Reid, M. (2008). Nociones Previas a la Topología Métrica. Santa Rosa (La Pampa): EdUNLPam.
- [4] (*) Ascheri, M. E. y Reid, M. (2016). Espacios Métricos. Santa Rosa (La Pampa): EdUNLPam.
- [5] Copson, E. T. (1988). Metric Spaces. New York: Cambridge University Press.
- [6] De Figueiredo, D. (1970). Funções Reais, Serie de Matemática, Monografía N° 10. Washington,
D. C.: The Pan American Union.
- [7] (*) Dieudonné, J. (1976). Fundamentos del Análisis Moderno. Barcelona: Ed. Reverté, S. A.
- [8] Dugundji, J. (1970). Topology. Boston: Allyn and Bacon.
- [9] Flory, G. (1978). Ejercicios de Topología y Análisis. Tomo 1. Barcelona: Reverte.
- [10] Friedman, A. (1971). Advanced Calculus. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- [11] Giles, J. R. (1987). Introduction to the Analysis of Metric Spaces. New York: Cambridge University Press.
- [12] Hocking, J. y Young, J. (1966). Topología. México: Ed. Reverté, S. A.
- [13] Horváth, J. (1975). Introducción a la Topología General, Serie de Matemática, Monografía N°

9. Washington, D. C.: The Pan American Union.

- [14] (*) Iribarren, I. L. (1973). Topología de Espacios Métricos. México: Limusa Wiley.

- [15] Kaplansky, I. (1977). Set Theory and Metric Spaces. New York: Chelsea Publishing Company.
- [16] Kelley, J. (1962). Topología General. Buenos Aires: EUDEBA.
- [17] (*) Kolmogorov, A. y Fomin, S. (1975). Elementos de la Teoría de Funciones y del Análisis Funcional. Moscú: Ed. Mir.
- [18] Kumaresan, S. (2005). Topology of Metric Spaces. Harrow: Alpha Science International.
- [19] (*) Kuratowski, K. (1973). Introducción a la Teoría de Conjuntos y a la Topología. Barcelona, España: Ed. Vicens – Vives.
- [20] (*) Lima, E. L. (1977). Espaços Métricos. Río de Janeiro: Projeto Euclides, IMPA.
- [21] Lima, E. L. (1982). Curso de Análise. Volumen 1. Río de Janeiro: Projecto Euclides, IMPA.
- [22] Lipschutz, S. (1970). Topología General. México: Ed. Mc Graw – Hill.
- [23] (*) Michavila, F. (1981). Espacios métricos. Espacios vectoriales normados. Madrid, España: Editorial AC.
- [24] Munkres, J. E. (2002). Topología. Madrid: Prentice Hall.
- [25] Pitts, C.G.C. (1972). Introduction to Metric Spaces. Edinburgh: Oliver and Boyd.
- [26] Reisel, R. B. (1982). Elementary Theory of Metric Spaces. New York: Springer Verlag.
- [27] Rudin, W. (1977). Principios del Análisis Matemático. México: Ed. Mc Graw – Hill.

- [28] (*) Searcóid, M. O. (2007). Metric Spaces. London: Springer-Verlag.
- [29] Shirali, S. y Vasudeva, H.L. (2006). Metric Spaces. London: Springer-Verlag.
- [30] Sierpinski, W. (2000). General Topology. New York: Dover Publications, Inc.
- [31] Sutherland, W.A. (1975). Introduction to metric and topological spaces. Oxford: Clarendon Press.

ANEXO IV

ASIGNATURA/S: Espacios Métricos

CICLO LECTIVO: 2024

PROGRAMA DE TRABAJOS PRÁCTICOS:

Trabajo Práctico Nº 1: Espacios Métricos.

En este trabajo práctico se abordarán los contenidos detallados en la Unidad 1 del programa analítico. Al finalizar este trabajo práctico se espera que las y los estudiantes comprendan el concepto de distancia y la estructura de espacio métrico; y que resuelvan los ejercicios propuestos utilizando los conceptos desarrollados en las clases teóricas.

Trabajo Práctico Nº 2: Sucesiones en un Espacio Métrico.

En este trabajo práctico se abordarán algunos contenidos detallados en la Unidad 2 del programa analítico. Se espera que las y los estudiantes apliquen el concepto de convergencia de sucesiones en un espacio métrico y deduzcan importantes propiedades con las que se ha de tratar en las restantes unidades del programa.

Trabajo Práctico Nº 3: Topología de los Espacios Métricos. Subespacio de un Espacio Métrico.

En este trabajo práctico se abordarán algunos contenidos detallados en la Unidad 3 del programa analítico. Se espera que las y los estudiantes conozcan y manejen con soltura los conceptos topológicos asociados a los espacios métricos como son ciertos tipos de subconjuntos, que puedan hallar los subconjuntos notables relativos a un conjunto dado y conozcan sus propiedades.

Trabajo Práctico Nº 4: Aplicaciones Continuas. Homeomorfismos.

En este trabajo práctico se abordarán los contenidos detallados en la Unidad 4 del programa analítico. Se espera que las y los estudiantes conozcan el concepto de continuidad de funciones y homeomorfismos entre espacios métricos y establezcan relaciones entre las aplicaciones continuas, homeomorfismos y las propiedades de los conjuntos.

Trabajo Práctico Nº 5: Sucesiones de Cauchy. Espacios Métricos Completos. Espacios Métricos Separables.

En este trabajo práctico se abordarán los contenidos detallados en la Unidad 5 del programa analítico. Se espera que las y los estudiantes comprendan los conceptos de completitud y separabilidad y conozcan las propiedades más sencillas de estas clases especiales de espacios métricos.

Trabajo Práctico N° 6: Espacios Métricos Compactos.

Los contenidos abordados en este trabajo práctico corresponden a la Unidad 6 del programa analítico. El objetivo de este trabajo práctico es que las y los estudiantes manejen el concepto de espacio compacto y sus propiedades topológicas. Esto requiere un estudio cuidadoso de este tipo de espacios que deriva en una serie de teoremas fundamentales que constituyen los resultados más notables de la teoría de los espacios métricos compactos.

ANEXO V

ASIGNATURA/S: Espacios Métricos

CICLO LECTIVO: 2024

ACTIVIDADES ESPECIALES QUE SE PREVÉN

No se prevén actividades especiales.

ANEXO VI

ASIGNATURA/S: Espacios Métricos

CICLO LECTIVO: 2024

PROGRAMA DE EXAMEN

Coincide con el Programa analítico de la asignatura.

ANEXO VII

ASIGNATURA/S: Espacios Métricos

CICLO LECTIVO: 2024

METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN Y/O OTROS REQUERIMIENTOS

La asignatura emplea un sistema de evaluación continua e integral que valora la participación activa de cada estudiante en las actividades académicas propuestas. La actividad curricular se puede cursar bajo el régimen regular o por promoción sin examen final, de acuerdo con la reglamentación vigente. A continuación, se especifican los criterios de evaluación y acreditación correspondientes a cada modalidad de cursado:

1. Cursado regular

Para regularizar la asignatura, cada estudiante deberá cumplir con los siguientes requisitos:

- Aprobar dos evaluaciones parciales escritas o sus respectivas instancias de recuperación. Si el/la estudiante aprueba sólo una de estas instancias (parcial o recuperatorio), tendrá la posibilidad de un segundo recuperatorio adicional para la evaluación no aprobada.
- Aprobar al menos el 60% de las actividades de aprendizaje propuestas, que pueden ser tanto individuales como grupales.

2. Cursado por Promoción sin Examen Final

Para promocionar la asignatura sin rendir examen final, cada estudiante deberá cumplir con los siguientes requisitos:

- Aprobar los dos exámenes parciales, que incluyan aspectos prácticos, con una calificación mínima de 7 (siete) puntos en cada uno. Ambos parciales tendrán una instancia de recuperación, pero no se contempla un segundo recuperatorio adicional.
- Aprobar al menos el 70% de las actividades de aprendizaje propuestas (tanto individuales como grupales).
- Aprobar un Trabajo Integrador individual con una calificación mínima de 7 (siete) puntos, el cual consiste en un coloquio sobre temas propuestos por la cátedra.
- Asistir al 75% de las clases teórico-prácticas.

3. Cursado libre

La modalidad de examen libre se ajustará a lo establecido en la Resolución N° 495/12.

Hoja de firmas